

# FINANZMATHEMATISCHE FUNKTIONEN (EXCEL)



## Inhalt

1	Excel Funktionen für einmalige und periodische Zahlungen .....	4
1.1	Excel-Funktion ZW() / Berechnung von Endwerten für einmalige und laufende Zahlungen .....	5
1.2	Excel-Funktion RMZ() / Berechnung von Ratenhöhen bei Vorgabe des Endwertes .....	7
1.3	Berechnung weiterer Parameter (Laufzeit, Zinssatz, Barwert).....	7
2	Rückrechnung durch Iteration.....	8
3	Übungen .....	11
3.1	Berechnung des Endwertes eines regelmäßigen Sparvorgangs .....	11
3.2	Berechnung der Restschuld eines Annuitätendarlehens .....	11
4	Der Kontoplan (zur Kontrolle der Berechnungen) .....	12
4.1	Erstellen des Tilgungsplanes eines Annuitätendarlehens.....	12
4.2	Erstellen des Ansparplanes eines Sparkontos .....	13
5	Unterjährige Zahlungen (monatliche, vierteljährliche, halbjährliche Zahlungen).....	14
5.1	Die Wirkung unterjähriger Zahlungen auf den Kapitalverlauf .....	14
5.2	Begriffe: Zahlungsperiode, Periodenzins.....	16
5.3	Vorschüssige und nachschüssige Zahlungen .....	17
6	Zum Unterschied zwischen Ansparkonten und Darlehenskonten.....	18
7	Effektivzins und Rendite .....	19
7.1	Berechnung des internen Zinssatzes .....	21
7.2	Zum Unterschied zwischen Nominalzins und Effektivzins .....	21
7.3	Berechnung des Effektivzinses über den „effektiven“ Kontoplan.....	24
8	Unregelmäßige Zahlungen .....	25

8.1	Excel-Funktion NBW() .....	26
8.2	Excel-Funktion IKV().....	27
8.3	Excel-Funktion XINTZINSFUSS().....	28
8.4	Excel-Funktion XKAPITALWERT().....	29
9	Kombinationsfinanzierungen .....	30
9.1	Ermittlung des CashFlows der einzelnen Finanzierungsbausteine.....	30
9.2	Bewertung des Summen CashFlows (Kennziffern: Effektivzins, Endwert, Barwert).....	31
10	Anwendungsfälle .....	32
10.1	Baufinanzierung (Berechnung und Bewertung des Summen CashFlows bei Finanzierung durch Annuitätendarlehen, endfälliges Darlehen mit Tilgungsträger) .....	32
10.2	Vergleich: Finanzierung über Leasing oder Kredit (Bewertung der Finanzierungsalternativen durch Effektivzins und Barwert).....	33
11	Anhang.....	35
11.1	„Auf den Effektivzins achten“ .....	35

## 1 Excel Funktionen für einmalige und periodische Zahlungen

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	<b>Laufende Zahlungen</b>		Zw()	Zw()	Zins()	Zins()	Rmz()	Rmz()	Zzr()	Zzr()	Bw()	Bw()
2	Zw()	Endwert	-1.671,30	-1.591,71	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00
3	Zins()	Zins	5,000%	5,000%	7,643%	8,883%	5,000%	5,000%	5,000%	5,000%	5,000%	5,000%
4	Rmz()	Ratenhöhe	100,00	100,00	100,00	100,00	119,67	125,65	100,00	100,00	100,00	100,00
5	Zzr()	Anzahl Perioden	12	12	12	12	12	12	13,713	14,207	12	12
6	Bw()	Barwert	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	183,03	227,35
7	F	Zahlungsweise	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
8												
9	<b>Einmalige Zahlungen</b>		Zw()	Zw()	Zins()	Zins()	Rmz()	Rmz()	Zzr()	Zzr()	Bw()	Bw()
10	Zw()	Endwert	-1.795,86	-1.795,86	-2.000,00	-2.000,00			-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00	-2.000,00
11	Zins()	Zins	5,000%	5,000%	5,946%	5,946%			5,000%	5,000%	5,000%	5,000%
12	Rmz()	Ratenhöhe	0,00	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	0,00
13	Zzr()	Anzahl Perioden	12	12	12	12			14,207	14,207	12	12
14	Bw()	Barwert	1000,00	1000,00	1000,00	1000,00			1000,00	1000,00	1113,67	1113,67
15	F	Zahlungsweise	1	0	1	0			1	0	1	0

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_1.htm)

Die Funktionen Zw(), Zins(), Rmz(), Zzr() und Bw() können zur Kalkulation einmaliger und auch laufender Zahlungen verwendet werden.

Beispiel: Laufende Zahlungen, Berechnung Zw() (siehe Spalte C)

Falls periodisch 100,00 EUR gespart und pro Periode 5,00 % Zins gezahlt werden, erreicht man ein Endguthaben in Höhe von 1.671,30 EUR bei vorschüssiger Zahlung. Werden die Zahlungen jeweils am Ende der Periode geleistet, erhält man lediglich 1.591,7 Euro. Bei einer Periodenlänge von 1 Jahr erreicht man die errechneten Endwerte also nach 12 Jahren. Werden die 5 % halbjährlich gezahlt, läuft der Sparvertrag also 6 Jahre.

Beispiel: Berechnung des Zinssatzes

Zur Berechnung des Zinssatzes steht die Funktion Zins() zur Verfügung. Das

Periode	vorschüssig			nachschüssig		
	Betrag	5 % Zins	Kapital	Betrag	5 % Zins	Kapital
0	100,00		100,00	0,00		0,00
1	100,00	5,00	205,00	100,00	0,00	100,00
2	100,00	10,25	315,25	100,00	5,00	205,00
3	100,00	15,76	431,01	100,00	10,25	315,25
4	100,00	21,55	552,56	100,00	15,76	431,01
5	100,00	27,63	680,19	100,00	21,55	552,56
6	100,00	34,01	814,20	100,00	27,63	680,19
7	100,00	40,71	954,91	100,00	34,01	814,20
8	100,00	47,75	1102,66	100,00	40,71	954,91
9	100,00	55,13	1257,79	100,00	47,75	1102,66
10	100,00	62,89	1420,68	100,00	55,13	1257,79
11	100,00	71,03	1591,71	100,00	62,89	1420,68
12	0,00	79,59	1671,30	100,00	71,03	1591,71

Beispiel in Spalte E zeigt, dass bei vorschüssiger Zahlung (= Zahlung zu Beginn der Periode) ein Periodenzins von 7,643% geboten werden muss.

Beispiel: Berechnung der Ratenhöhe

Zur Berechnung der Ratenhöhe wählen Sie die Funktion Rmz() aus. Die Funktion ist einsetzbar, falls periodische Zahlungen vorliegen. Bei Kalkulation von einmaligen Zahlungen wird nur der aktuelle und der künftige Wert benötigt (aktueller Wert = Bw(); künftiger Wert = Zw())

Beispiel: Berechnung des Barwertes

Der Barwert ist der aktuelle Wert des Zahlungsstroms. Zelle K14 (siehe Tabelle 1) zeigt, dass bei einer einmaligen Zahlung in Höhe von 1.113,67 EUR und einem Periodenzins von 5 % nach 12 Perioden ein Endwert von 2.000,00 EUR erreicht wird. Vor- bzw. nachschüssige Zahlungsweise wirkt sich bei Einmalzahlungen nicht auf den Barwert aus. Die Fälligkeitstermine beziehen sich also immer nur auf die laufenden Zahlungen.

Hinweise zur Funktionsbezeichnung:

Rmz = **R**egelmäßige **Z**ahlung; Zzr = Anzahl der **Z**ahlungszeiträume, Zw = **Z**ukünftiger **W**ert  
Bw = **B**arwert, Zins = **Z**ins, F = **F**älligkeit

Hinweise zur Anwendung:

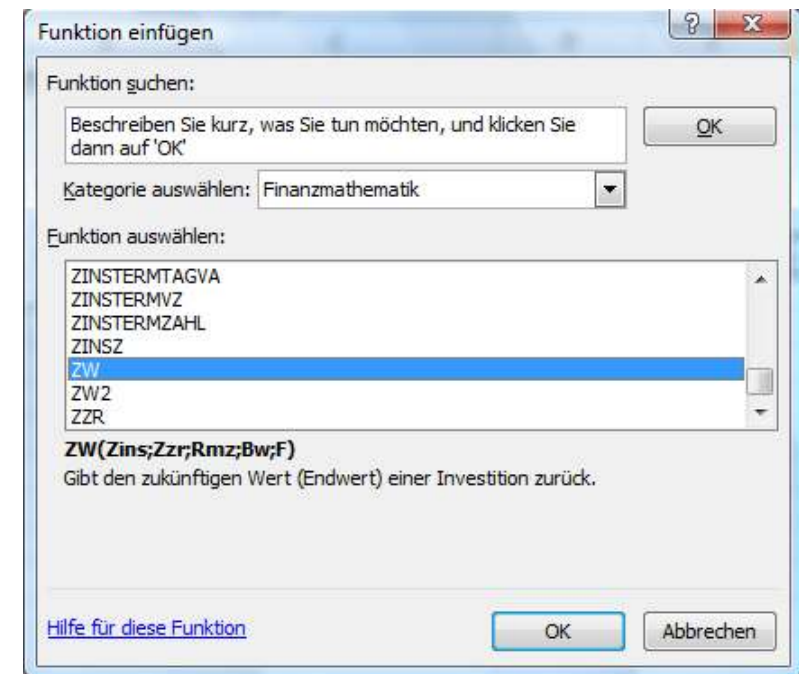
Die Berechnungsbeispiele dieses Kapitels sind problemlos einsetzbar bei jährlichen Zahlungen. Der Periodenzins wird dann als jährlicher Zins verstanden. Der Zins wird nach jeweils einem Jahr „kapitalisiert“ (also dem Guthaben hinzugerechnet, so dass sich ein Zinseszinsseffekt einstellt).

Unklar bleibt in diesem Kapitel, wie aus einem Jahreszinssatz ein unterjähriger Zins ermittelt wird. Hierzu später mehr!

## 1.1 Excel-Funktion ZW() / Berechnung von Endwerten für einmalige und laufende Zahlungen

Schritt 1: Suche der gewünschten Funktion

Der Aufruf der Funktionen erfolgt in Excel 2003 über [Einfügen] / [Funktion], in Excel 2007 über [Formeln] / [Funktion einfügen]. Im darauffolgenden Fenster wählen Sie die Kategorie „Finanzmathematik“ aus.



Schritt 2:

Zuordnung der Funktionsparameter

In diesem Fenster wird immer das aktuelle Formelergebnis mit angezeigt.

Beachten Sie, dass das Berechnungsergebnis mit negativem Vorzeichen angezeigt wird. Das ist deshalb der Fall, weil die einmalige Einzahlung ( BW = 1.000,00 ) als positiver Wert erfasst ist. Durch das Vorzeichen wird also immer die Richtung der Zahlung berücksichtigt.

Merke:

- Wenn Einzahlungen mit positivem Vorzeichen erfasst werden, erhalten Rückzahlungen ein negatives Vorzeichen.
- Wenn Rückzahlungen mit positivem Vorzeichen erfasst werden, erhalten Einzahlungen ein negatives Vorzeichen.

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Laufende Zahlungen</b>		<b>Zw()</b>			
2	Zw()	Endwert	=ZW(C3;C5;C4;C6;C7)			
3	Zins()	Zins	5,000%			
4	Rmz()	Ratenhöhe	0,00			
5	Zzr()	Anzahl Perio	12			
6	Bw()	Barwert	1000,00			
7	F	Zahlungswei	1			

**Funktionsargumente**

ZW

**Zins**  = 0,05

**Zzr**  = 12

**Rmz**  = 0

Bw  = 1000

F  = 1

= -1795,856326

Gibt den zukünftigen Wert (Endwert) einer Investition zurück.

**Zins** ist der Zinssatz pro Periode (Zahlungszeitraum) Z.B. verwenden Sie 6%/4 für Quartalszahlungen von 6%.

Formelergebnis = -1.795,86

[Hilfe für diese Funktion](#) OK Abbrechen

## 1.2 Excel-Funktion RMZ() / Berechnung von Ratenhöhen bei Vorgabe des Endwertes

Gesucht sei die jährliche Rate, die in eine Lebensversicherung einzuzahlen ist, falls die Ablaufleistung der LV mit 100.000 EUR vorgegeben wird (kalkulierter Zins: 2,75 %; Laufzeit 20 Jahre).

Schritt 1: Suche nach der zielführenden Funktion (in diesem Fall Rmz() )

Schritt 2: Zuordnung der Berechnungsparameter

Das Beispiel zeigt, dass der Barwert und die Fälligkeit fest gesetzt wurden. Beide Werte werden also nicht aus dem Arbeitsblatt übernommen. Das ist dann sinnvoll, wenn dies aus fachlichen Gründen nicht notwendig ist. Falls also regelmäßig Lebensversicherungen ohne einmalige zusätzliche Einzahlung kalkuliert werden, empfiehlt es sich, den Parameter Bw() mit „0“ vorzugeben. Als Fälligkeitskennzeichen kann die „1“ eingetragen werden, weil Zahlungen in Ansparsvorgänge (also aus Lebensversicherungen) in der Regel am Anfang der Periode erfolgen.

	A	B	C	D
1	<b>Laufende Zahlungen</b>		<b>Rmz()</b>	
2	Zw()	Endwert	100.000,00	
3	Zins()	Jahreszins	2,750%	
4	Zzr()	Laufzeitjahre	20	
5	Rmz()	Ratenhöhe	=RMZ(C3;C4;0;C2;1)	
6			RMZ(Zins; Zzr; Bw; [Zw]; [F])	

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_1.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_1.2.htm)

Schritt 3: Kontrolle der Berechnung

Zur Kontrolle der Berechnung sollte man entweder einen Ansparplan über einen kurzen Zeitraum aufbauen (wenn die Berechnung für 3 Perioden stimmt, ist sie auch für längere Perioden korrekt) oder das Ergebnis über ein Referenzprogramm überprüfen.

Periode	Zahlung	Zins	Kapital
0	-3.715,01		3.715,01
1	-3.715,01	102,16	7.532,18
2	-3.715,01	207,14	11.454,33
3	-3.715,01	314,99	15.484,33
:::	:::		
19	-3.715,01	2.505,34	97.323,60
20	0,00	2.676,40	100.000,00

## 1.3 Berechnung weiterer Parameter (Laufzeit, Zinssatz, Barwert)

Die Funktionen Zzr() = Anzahl der Zahlungszeiträume, Bw() = Barwert und Zins() = Zins sind ähnlich aufgebaut, deshalb erübrigt es sich, hierzu gesondert Beispiele zu erstellen.

Alle der hier vorgestellten Funktionen benutzen die gleichen Parameter. Wird der Barwert gesucht, müssen alle anderen Berechnungsgrößen vorgegeben werden:

## 2 Rückrechnung durch Iteration

In Kapitel 1.1 wurde der künftige Wert eines Zahlungsstroms errechnet ( Funktion  $Zw()$  ). Das Beispiel ging von einer einmaligen Zahlung aus. Eingabeparameter sind in einem solchen Fall: Barwert, Laufzeit und Zinssatz (wobei sich die Laufzeit und der Zinssatz immer auf die gleiche Periodenlänge bezieht).

Falls der Endwert vorgegeben wird, wären folgende Fragestellungen erlaubt:

- Wieviel muss einbezahlt werden,
- Welche Laufzeit ist notwendig,
- Wie hoch muss der Zins sein,  
um unter sonst gleichen Bedingungen den vorgegebenen Endwert zu erreichen?

Im Falle periodischer Zahlungen würde ein weiterer Eingabeparameter zu berücksichtigen sein: die Ratenhöhe, so dass eventuell die Frage zu lösen wäre, welche Ratenhöhe zum vorgegebenen Endwert führt.

In diesem Kapitel wird nun gezeigt, dass die Berechnung bestimmter Parameter möglich ist, ohne die speziell vorgesehene finanzmathematische Funktion zu verwenden.

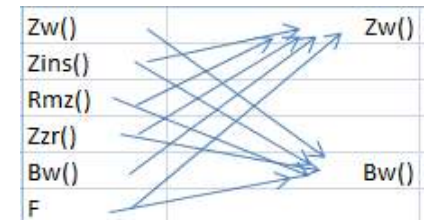
### Die Zielwertsuche (Anwendungsbeispiel: Funktion $ZW()$ )

Die Abbildung zeigt die Berechnung des Endwertes einer einmaligen Zahlung in Höhe von 1.000,00 EUR bei einer Laufzeit von 12 Perioden und einem Periodenzins in Höhe von 5,000 %.

Falls nun errechnet werden soll, welcher Zinssatz unter sonst gleichen Bedingungen zu einem Endwert von 2.000,00 EUR führt, kann das Ergebnis durch die Funktion  $Zins()$  errechnet werden.

Die Abbildung zeigt, dass der Periodenzins von 5 % auf 5,946 % ansteigen muss.

Alternativ kann allerdings auch weiterhin die Funktion  $Zw()$  verwendet werden. In diesem Fall ist dann allerdings der



Endwertberechnung		Zw()
Zw()	Endwert	-1.795,86
Zins()	Zins	5,000%
Rmz()	Ratenhöhe	0,00
Zzr()	Anzahl Perio	12
Bw()	Barwert	1000,00
F	Zahlungswei	1
Berechnung: Zinssatz		Zins()
Zw()	Endwert	-2.000,00
Zins()	Zins	5,946%
Rmz()	Ratenhöhe	0,00
Zzr()	Anzahl Perio	12
Bw()	Barwert	1000,00
F	Zahlungswei	1

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_2.htm)

Zinssatz solange anzupassen, bis der vorgegebene Endwert erreicht ist.

Dies soll an folgenden Abbildungen näher erläutert werden:

Es wird ein Zins vorgegeben (z.B. 6 %). Das Ergebnis ( 2.012,20 Euro) liegt über dem Zielwert von 2.000,00 Euro. Der Zinssatz ist also zu hoch gewählt.

Endwertberechnung		Zw()
Zw()	Endwert	-2.012,20
Zins()	Zins	6,000%
Rmz()	Ratenhöhe	0,00
Zzr()	Anzahl Perio	12
Bw()	Barwert	1000,00
F	Zahlungswei	1

Im nächsten Schritt wird deshalb ein geringerer Zinssatz eingesetzt, z.B. 5,5 %. Das Ergebnis liegt unterhalb der vorgegebenen Größe.

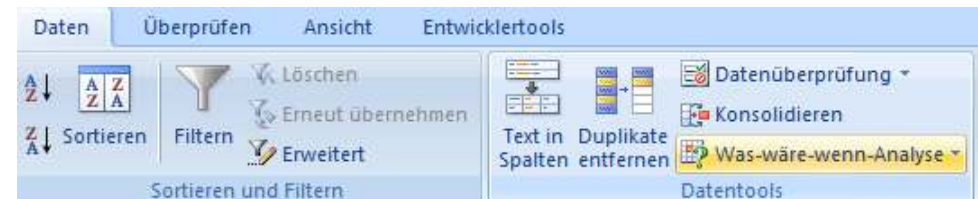
Schrittweise nähert man sich an das Ergebnis an, das dann irgendwann mit 5,946 % gefunden wird.

Man wird sehr schnell erkennen, dass diese Art der Annäherung an den richtigen Wert äußerst mühsam ist, Rückrechnungen deshalb besser über die entsprechende Excel-Funktion erfolgen sollten. Interessant ist aber in diesem Zusammenhang eine durch Excel angebotene zusätzliche allgemeine Funktion: Die „Zielwertsuche“. Excel wird dadurch angewiesen, die oben beschriebene Anpassung an das richtige Ergebnis automatisiert durchzuführen.

Endwertberechnung		Zw()
Zw()	Endwert	-1.901,21
Zins()	Zins	5,500%
Rmz()	Ratenhöhe	0,00
Zzr()	Anzahl Perio	12
Bw()	Barwert	1000,00
F	Zahlungswei	1

Wie erreicht man die „Zielwertsuche“?

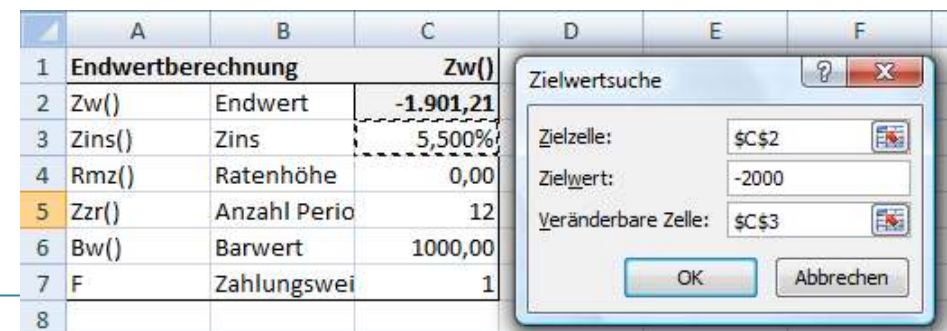
Excel 2007: Datenmenü / „Was-wäre-wenn-Analyse“ / „Zielwertsuche“



Excel 2003: Menü „Extras“ / „Zielwertsuche“

In beiden Versionen wird ein Fenster geöffnet, das die Informationen zur Zielwertsuche aufnimmt.

Im Beispiel ist Zielzelle der Endwert. 2.000 EUR sollen erreicht werden. Zu beachten ist immer das Vorzeichen. Wenn Einzahlungen mit positivem Vorzeichen erfasst werden, wird die Rückzahlung mit negativem Vorzeichen errechnet. Würde die Einzahlung mit negativem Vorzeichen erfasst, müsste der Rückzahlungswert positiv eingetragen werden. Das Eingabefenster zeigt als



zweiten einzutragenden Wert den Zielwert. Hier muss immer eine absolute Zahl eingetragen sein. Es ist nicht möglich auf eine Zelle zu verweisen.

Der dritte Eingabeparameter verweist auf die veränderbare Zelle. Das ist die Zelle, die auch schon bei der mühsamen Berechnung „per Hand“ immer geändert wurde (siehe Anfang dieses Kapitels).

Nach diesen vorbereitenden Maßnahmen wird das Ergebnis durch Bestätigen der OK-Schaltfläche sofort angezeigt.

Nach nochmaliger Bestätigung der OK-Schaltfläche wird das Fenster geschlossen und der Wert übernommen.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Endwertberechnung</b>		<b>Zw()</b>				
2	Zw()	Endwert	-2.000,00				
3	Zins()	Zins	5,946%				
4	Rmz()	Ratenhöhe	0,00				
5	Zzr()	Anzahl Perio	12				
6	Bw()	Barwert	1000,00				
7	F	Zahlungswei	1				
8							

Status der Zielwertsuche

Zielwertsuche hat für die Zelle C2 eine Lösung gefunden.

Zielwert: -2000  
Aktueller Wert: -2.000,00

Schritt  
Pause  
OK  
Abbrechen

## Vorbereitende Maßnahme, falls die Zielwertsuche in Makros automatisiert ablaufen soll:

Der gesuchte Wert (hier der Endwert in Höhe von -2.000,00 Euro) wird in einer Zelle des Arbeitsblattes eingetragen, nicht wie zuvor im Fenster, das durch die Zielwertsuche geöffnet wird.

Eine weitere Zelle errechnet die Differenz zwischen Vorgabewert und aktuellem Ergebnis der Funktion Zw().

Die Differenz nimmt im Lösungsfall immer den Wert „0“ an. Diese „0“ wird in der „Zielwertsuche“ vorgegeben.

Die beiliegende Excel-Datei zeigt im Arbeitsblatt zum Kapitel 2 ein solches Makro!

10	<b>Endwertberechnung</b>		<b>Zw()</b>				
11	Zw()	Endwert	-1.901,21				
12	Zins()	Zins	5,500%				
13	Rmz()	Ratenhöhe	0,00				
14	Zzr()	Anzahl Perio	12				
15	Bw()	Barwert	1000,00				
16	F	Zahlungswei	1				
17							
18	Vorgabe:	Endwert	-2.000,00				
19		Differenz	-98,79				

Zielwertsuche

Zielzelle: \$C\$19

Zielwert: 0

Veränderbare Zelle: \$C\$12

OK  
Abbrechen

## 3 Übungen

### 3.1 Berechnung des Endwertes eines regelmäßigen Sparvorgangs

Aufgabenstellung:

Jährliche Rate	3.000,00
Anspardauer	10 Jahre
Zinssatz pro Jahr	4,00%
Zusätzliche Einmalzahlung zu Beginn	10.000,00
Fälligkeitstermine	jeweils zu Beginn der Zahlungsperiode

Gesucht ist der Endwert!

### 3.2 Berechnung der Restschuld eines Annuitätendarlehen

Aufgabenstellung:

Darlehensbetrag	100.000,00
Festzinsbindung in Jahren	10
Zinssatz pro Jahr	5,00%
Ratenhöhe	8.000,00
Fälligkeitstermine	Jährlich, beginnend ein Jahr nach Auszahlung
Gesucht ist die Restschuld!	

Berechnungsvariante:

Bestimme die Gesamtlaufzeit unter der Annahme unveränderter Konditionen nach 10 Jahren

Bestimme die Ratenhöhe, die zu einer Restschuld von 50.000,00 führt!

## 4 Der Kontoplan (zur Kontrolle der Berechnungen)

### 4.1 Erstellen des Tilgungsplanes eines Annuitätendarlehens

Ein Kontoplan zeigt den Kontenverlauf mit allen Bewegungen und der Kontostandsentwicklung. Bei Darlehenskonten wird in der Regel zusätzlich der Zins angezeigt. Die Tilgung lässt sich problemlos als Differenz der Kontostände anzeigen.

Die Ergebnisse in den einzelnen Zellen des Kontoplanes können durch einfache Formeln errechnet werden (siehe hierzu z.B. Arbeitsblatt Kap.4 des beiliegenden Spreadsheets). Excel stellt allerdings auch Funktionen zur Ermittlung von Zins und Tilgung zur Verfügung:

Der Zins einer bestimmten Periode wird durch die Funktion **Zinsz()** berechnet, der Kontostand durch **Zw()** und die Tilgung durch **Kapz()**.

Überprüfen Sie bitte anhand der Berechnungen im Arbeitsblatt zu Kap. 4.1 mit welchen Werten die Funktionsparameter gefüllt werden.

Kontoplan		Nominalzins	5,000%	
Jahr	Bewegung	Zins	Kontostand	Tilgung
0	100.000,00		-100.000,00	
1	-8.000,00	-5.000,00	-97.000,00	3.000,00
2	-8.000,00	-4.850,00	-93.850,00	3.150,00
3	-8.000,00	-4.692,50	-90.542,50	3.307,50
4	-8.000,00	-4.527,13	-87.069,63	3.472,88
5	-8.000,00	-4.353,48	-83.423,11	3.646,52
6	-8.000,00	-4.171,16	-79.594,26	3.828,84
7	-8.000,00	-3.979,71	-75.573,97	4.020,29
8	-8.000,00	-3.778,70	-71.352,67	4.221,30
9	-8.000,00	-3.567,63	-66.920,31	4.432,37
10	-8.000,00	-3.346,02	-62.266,32	4.653,98

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_4.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_4.1.htm)

## 4.2 Erstellen des Ansparplanes eines Sparkontos

Anwendungsbeispiel:

Startkapital	100.000,00
Laufzeitjahre	10
Zinssatz pro Jahr	5,00%
Entnahme pro Jahr	8.000,00
Fälligkeitstermine	jährlich, beginnend ein Jahr nach Auszahlung
Gesucht ist die Restschuld!	Lösung durch Erstellen eines Kontoplanes

Durch Vergleich mit dem Kontoplan aus Kapitel 4.1 fällt auf, dass sich der Kontostand beider Tabellen identisch entwickelt.

Es macht also offensichtlich gar keinen Unterschied, ob es sich um eine Geldanlage oder um einen Kredit handelt. Lediglich die Bezeichnungen verändern sich. Statt einer Spalte „Tilgung“ verwendet man in diesem Fall besser die Bezeichnung „Kapitalveränderung“.

Unterschiede werden allerdings dann deutlich, wenn unterjährige Zahlungen diskutiert werden. Siehe hierzu die folgenden Kapitel

Kontoplan		Nominalzins		5,00%
Jahr	Bewegung	Zins	Kontostand	Kapital- veränderung
0	100.000,00		-100.000,00	
1	-8.000,00	-5.000,00	-97.000,00	3.000,00
2	-8.000,00	-4.850,00	-93.850,00	3.150,00
3	-8.000,00	-4.692,50	-90.542,50	3.307,50
4	-8.000,00	-4.527,13	-87.069,63	3.472,88
5	-8.000,00	-4.353,48	-83.423,11	3.646,52
6	-8.000,00	-4.171,16	-79.594,26	3.828,84
7	-8.000,00	-3.979,71	-75.573,97	4.020,29
8	-8.000,00	-3.778,70	-71.352,67	4.221,30
9	-8.000,00	-3.567,63	-66.920,31	4.432,37
10	-8.000,00	-3.346,02	-62.266,32	4.653,98

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_4.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_4.2.htm)

## 5 Unterjährige Zahlungen (monatliche, vierteljährliche, halbjährliche Zahlungen)

In der Mehrzahl aller Anspar- oder Darlehensverträge werden unterjährige Zahlungen vereinbart. Darlehen werden meistens durch monatliche Zahlungen zurückgezahlt. In Sparverträge mit regelmäßigen Zahlungen fließen in der Regel ebenfalls monatliche Leistungen. Unabhängig von dem vereinbarten Zahlungsrhythmus wird allerdings der Zinssatz normalerweise als Jahreszins genannt.

### 5.1 Die Wirkung unterjähriger Zahlungen auf den Kapitalverlauf

Beispiel:

Monatliche Einzahlungen bei einem Zins von 4,00 % p.a.

Falls der Zins monatlich kapitalisiert wird, erreicht das Konto ein um 32 Cent höheres Guthaben.

Zins p.a.		4,00%	
Monat	Cash	Zins	Kapital
0	100,00		100,00
1	100,00	0,33	200,00
2	100,00	0,67	300,00
3	100,00	1,00	400,00
4	100,00	1,33	500,00
5	100,00	1,67	600,00
6	100,00	2,00	700,00
7	100,00	2,33	800,00
8	100,00	2,67	900,00
9	100,00	3,00	1.000,00
10	100,00	3,33	1.100,00
11	100,00	3,67	1.200,00
12		4,00	1.226,00

Zins p.a.		4,00%	
Monat	Cash	Zins	Kapital
0	100,00		100,00
1	100,00	0,33	200,33
2	100,00	0,67	301,00
3	100,00	1,00	402,00
4	100,00	1,34	503,34
5	100,00	1,68	605,02
6	100,00	2,02	707,04
7	100,00	2,36	809,40
8	100,00	2,70	912,09
9	100,00	3,04	1.015,13
10	100,00	3,38	1.118,52
11	100,00	3,73	1.222,25
12		4,07	1.226,32

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_5.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_5.1.htm)

Alle Excel-Funktionen unterstellen eine Kapitalisierung (d.h. Verrechnung) der Zinsen am Ende einer jeden Periode. Excel-Funktionen bilden also den Verlauf der zweiten Tabelle ab, die zu dem Endwert von 1.226,32 führt.

Für die Praxis bedeutet das:

Darlehenskonten können durch Excel-Funktionen dann kalkuliert werden, wenn mit jeder Zahlung eine Kapitalisierung erfolgt. Das ist z.B. der Fall, wenn monatlich am Monatsende eine Zahlung erfolgt und zu diesem Zeitpunkt auch eine Zinsverrechnung stattfindet. Diese Art der Kontoführung ist bei Darlehenskonten sehr gebräuchlich.

Die berechneten Ergebnisse weichen immer dann von den tatsächlichen Werten ab, wenn Zinsen zu anderen Terminen als den Zahlungsterminen verrechnet (kapitalisiert) werden.

Der Zins für Sparkonten wird in der Regel jährlich zum 31.12. gutgeschrieben (verrechnet, kapitalisiert). Falls monatliche oder vierteljährliche Zahlungen vereinbart sind, weichen die berechneten Ergebnisse von den tatsächlichen Werten ab.

## 5.2 Begriffe: Zahlungsperiode, Periodenzins

Die bisherigen Beispiele gingen mit Ausnahme von Kap. 5.2 immer von jährlichen Zahlungen aus. Die Excel – Funktionen unterstellen immer eine Kapitalisierung der Zinsen mit jeder Zahlung.

Falls unterjährige Zahlungen vereinbart werden und mit jeder Zahlung Zinsen verrechnet werden, sind also die Funktionen einsetzbar. Es stellt sich in solchen Situationen die Frage, wie ein Jahreszins in einen unterjährigen Zins umgerechnet werden muss. Diese Umrechnung ist notwendig, weil die finanzmathematischen Funktionen nach dem jeweiligen Periodenzins verlangen:

Laut Hilfetext im Eingabefenster finanzmathematischer Funktionen ist der Jahreszins durch die Anzahl der Perioden pro Jahr zu dividieren. Als Ergebnis erhält man den Periodenzins.

Wie zuvor erwähnt, führt diese Aussage nur dann zu korrekten Ergebnissen, wenn mit jeder Zahlung eine Zinsverrechnung erfolgt.

Beachte:

Durch diese lineare Umrechnung (Division durch 12 bei monatlichen Zahlungen) ist nur gültig für „Nominalkonten“. Nominalkonten sind Konten, die auf den Nominalzins aufgebaut sind.

Die lineare Umrechnung ist falsch, wenn als Zins der Effektivzins vorliegt. Die Einsetzbarkeit finanzmathematischer Funktionen auf der Basis von Effektivzinssätzen wird in Kapitel 0 diskutiert.

Funktionsargumente

BW

**Zins** = Zahl

**Zzr** = Zahl

**Rmz** = Zahl

Zw = Zahl

F = Zahl

=

Gibt den Barwert einer Investition zurück: den heutigen Gesamtwert einer Reihe zukünftiger Zahlungen.

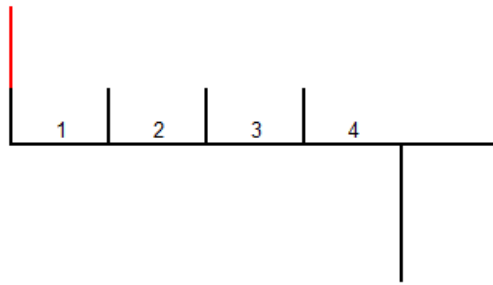
**Zins** ist der Zinssatz pro Periode (Zahlungszeitraum). Verwenden Sie z.B. 6%/4 für Quartalszahlungen mit einem Zinssatz von 6%.

Formelergbnis =

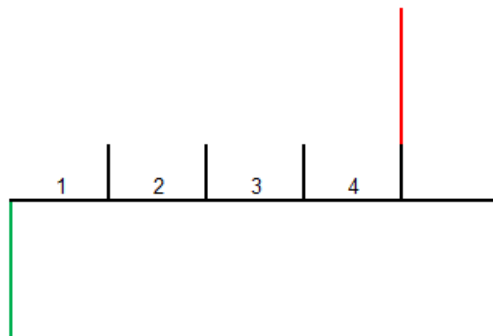
[Hilfe für diese Funktion](#)

OK Abbrechen

## 5.3 Vorschüssige und nachschüssige Zahlungen

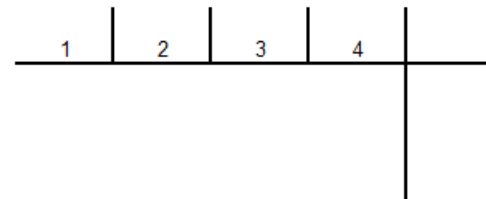


**vorschüssige Zahlungen**  
 4 Perioden  
 Zahlungen zu Beginn jeder Periode  
 Rückzahlung nach 4 Perioden  
 zusätzlich eine Einmalzahlung zu Beginn  
 Praktisches Beispiel:  
 Lebensversicherung mit zusätzlicher  
 einmaliger Einzahlung zu Beginn

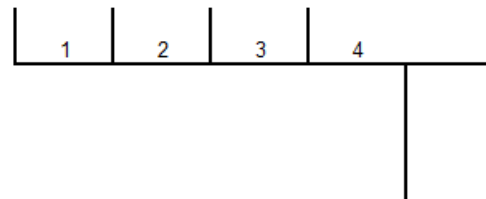


Der Kunde erhält am Anfang eine Zahlung  
 Er zahlt regelmäßig zum Ende einer  
 jeden Periode zurück.  
 Zum Zeitpunkt der letzten Zahlung  
 wird eine zusätzliche Abschluss-  
 zahlung fällig.  
 Praktisches Beispiel: Annuitätendarlehen

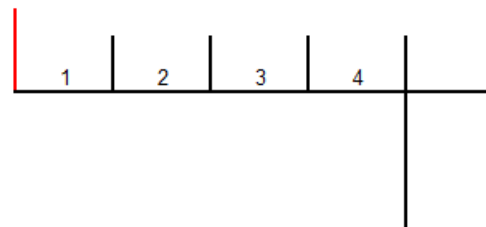
Definition: Zahlungen durch den Kunden = Pfeil nach oben  
 Zahlungen an den Kunden = Pfeil nach unten



**nachschüssige Zahlungen**  
 4 Perioden  
 Zahlungen am Ende jeder Periode  
 Rückzahlung nach 4 Perioden  
 Praktisches Beispiel:  
 Rückzahlungsphase von Darlehen



**vorschüssige Zahlungen**  
 4 Perioden  
 Zahlungen zu Beginn jeder Periode  
 Rückzahlung nach 4 Perioden  
 Praktisches Beispiel:  
 Rückzahlungsphase von Darlehen



**nachschüssige Zahlungen**  
 4 Perioden  
 Zahlungen am Ende jeder Periode  
 Rückzahlung nach 4 Perioden  
 zusätzlich eine Einmalzahlung zu Beginn

### 6 Zum Unterschied zwischen Ansparkonten und Darlehenskonten

Wie schon an anderer Stelle erwähnt, besteht kein Unterschied zwischen Anspar- und Darlehenskonten. Es ist lediglich darauf zu achten, Zahlungsströmen das richtige Vorzeichen zuzuordnen. Eine Darlehensauszahlung fließt in eine andere Richtung, als die Rückzahlung. Falls die Auszahlung ein negatives Vorzeichen erhält, wird der Rückzahlung ein positives Vorzeichen zugeordnet.

Es wird vorgeschlagen, für Berechnungen von folgender Konvention auszugehen:

- Sichtweise des Kunden: Einnahmen erhalten ein positives, Rückzahlungen ein negatives Vorzeichen.
- Sichtweise der Bank: Auszahlungen erhalten ein negatives, Einzahlungen ein positives Vorzeichen.

Falls Sie also Kalkulationen als Kundenberater einer Bank durchführen, und Ihrem Kunden eine Berechnung vorlegen wollen, wählen Sie die Kundensicht. Negative Zahlen erkennt er dann immer als eigene Ausgaben. Sehr wichtig sind solche eindeutigen Definitionen, wenn komplexe Finanzierungen (also Finanzierungen unter Berücksichtigung mehrerer Finanzierungsbausteine) kalkuliert werden sollen. Hält man sich nicht an eindeutige Vereinbarungen, verliert man schnell den Überblick.

Auch Excel kennt in seinem Funktionsbalken keinen Unterschied zwischen Anlage- und Kreditprodukten. Der Endwert kann z.B. durch  $Zw()$  errechnet werden. Die Funktion fragt nicht danach, ob es sich um einen Ansparvertrag handelt.

Dass die Unterscheidung zwischen Anspar- und Darlehensprodukten keine Rolle spielen kann wird auch deutlich, wenn man sich in die Lage einer Bank versetzt. Die Darlehensaufnahme eines Kunden ist zugleich eine Geldanlage der Bank.

## 7 Effektivzins und Rendite

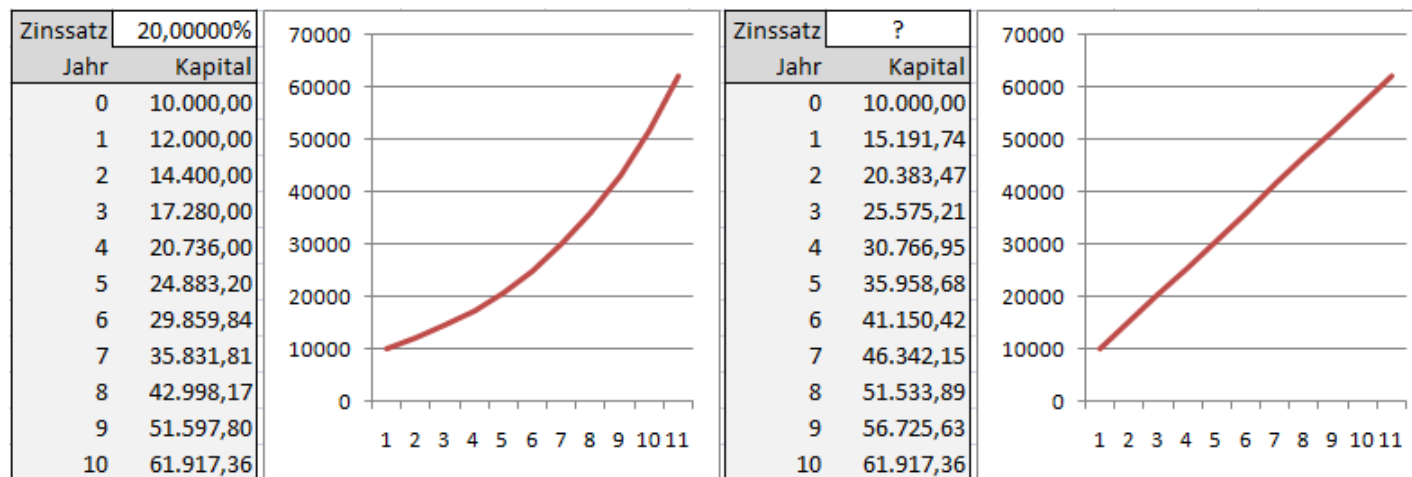
Effektivzins und Rendite sind Angaben in Prozent. Es wird immer wieder versucht, Zahlungsströme zu bewerten und ihnen eine Prozentangabe zuzuordnen. 14 % ist halt höher als 8%. Solange niemand weiß, wie solche Zahlen ermittelt werden, ist es natürlich leicht möglich, solche Kennzahlen zu missbrauchen.

Wie hoch ist die Rendite einer Geldanlage, die nach 10 Jahren das Doppelte zurückzahlt (Einzahlung 10.000 Euro, Rückzahlung nach 10 Jahren 20.000 Euro) ?

Vermutlich 10 %, oder? Zu diesem Ergebnis käme man, falls man den Zins von jährlich 1.000 EUR auf das eingesetzte Kapital bezieht.

Welcher Weg ist der Richtige, um Zahlungsströme über einen Zinssatz (bzw. die Rendite) zu bewerten?

Zur Beantwortung dieser Frage eine kleine Grafik:



[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_7.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_7.htm)

Falls ein Kapital in Höhe von 10.000,00 EUR für 5 Jahre mit 20 % verzinst wird, wird ein Endwert in Höhe von 24.883,20 EUR erreicht. Nach weiteren 5 Jahren beträgt das Guthaben 61.917,36 Euro.

Zins der ersten 5 Jahre also 14.883,20 Euro, in dem Folgezeitraum (ebenfalls 5 Jahre) 37.034,16 Euro. Der Wertzuwachs steigt also von Jahr zu Jahr (Zinseszins Effekt). Das Kapital steigt nicht gleichmäßig an.

Merke: Kapital verändert sich durch Zins „exponentiell“.

Bezogen auf das Beispiel oben (Verdoppelung des Kapitals innerhalb von 10 Jahren) ergibt sich folgender Wertverlauf (siehe Tabelle):

Der „interne Zins“ dieses Zahlungsstroms: 7,17735 %. Dieser interne Zins ist der Effektivzins (bzw. die Rendite)

Von einem Effektivzins wird gesprochen, wenn das Grundgeschäft ein Darlehensgeschäft ist. Handelt es sich bei dem Grundgeschäft um eine Geldanlage wird der Begriff „Rendite“ verwendet.

Exkurs:

In dem Ausdruck  $2^3$  ist die Drei der Exponent. Ergebnis:  $2 * 2 * 2 = 8$

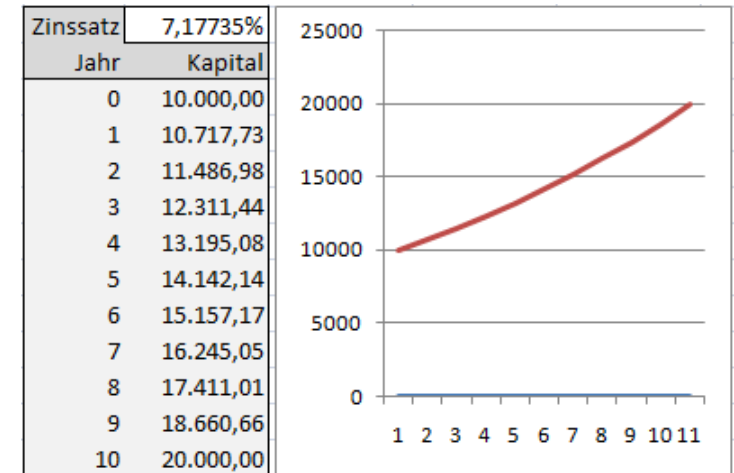
Bezogen auf die Wertentwicklung des Beispiels kann gerechnet werden:

$$10.000 * 1,0717735^{10} = 20.000.$$

Die Zeit steht also im Exponenten. Kapital wächst exponentiell mit der Zeit.

Beachte:

Der Effektivzins wird aus den effektiven Bewegungen ermittelt. Gebühren sind deshalb in den zu bewertenden Zahlungsstrom einzubeziehen.



## 7.1 Berechnung des internen Zinssatzes

Beispiel:

Ein Darlehen in Höhe von 100.000 EUR wird innerhalb eines Jahres durch 12 Raten in Höhe von 9.000 EUR zurückgezahlt. Zinsen werden mit jeder Zahlung verrechnet. Wie hoch ist der Zins?

Pro Periode wird ein Zins von 1,2043 % verrechnet. Der interne Zins beträgt pro Periode eindeutig 1,2043 %

Dies entspricht einem Nominalzins pro Jahr in Höhe von  $1,2043 \cdot 12 = 14,4516$  %. Ist dies auch der Effektivzins pro Jahr? In Kap. 7 wurde Wert darauf gelegt, dass der Effektivzins ein Ergebnis exponentiellen Rechnen ist! Die 14,4516 % wurden allerdings durch Multiplikation mit der Zeit (12 Monate) errechnet. Die Lösung wird im nächsten Kapitel beschrieben.

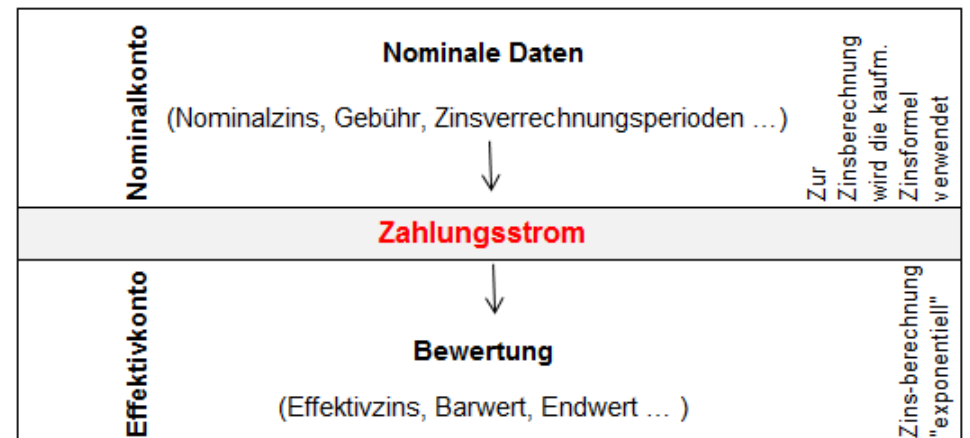
Auszahlung	100.000,00
Monatsrate	9.000,00
Laufzeit in Monaten	12
Zins	1,2043%

## 7.2 Zum Unterschied zwischen Nominalzins und Effektivzins

Die Vereinbarungen im Darlehensvertrag / Sparvertrag führen zu den echten Bewegungen (dem Zahlungsstrom). Um die Restschuld zu ermitteln muss z.B. häufig ein Kontoplan erstellt werden. Die Auszahlung stimmt nicht immer mit dem Darlehensbetrag überein. Ohne Aufstellen des Kontoplane ist es häufig nicht möglich ALLE Bewegungen genau zu ermitteln. Erst wenn der aus dem nominalen Konto entwickelte Zahlungsstrom, (der gegebenenfalls noch um weitere Bewegungen anzureichern ist), exakt nach Datum und Betrag bekannt ist, ist eine Bewertung möglich (Kennziffern zur Bewertung: Effektivzins, Barwert, Endwert). Beispiele für Bewegungen außerhalb des Kontos: Eine Gebühr für eine Versicherung, laufende Gebühren, die vom Kontokorrentkonto abgebucht werden usw.

Die beiden Konten existieren unabhängig voneinander. Sichtbar für den Kunden ist normalerweise nur das Nominalkonto (und zwar spätestens durch Zusenden der Kontoauszüge). Das Effektivkonto ist notwendig, um den Effektivzins zu bestimmen und evtl. nachrechnen zu können.

Der Effektivzins kann normalerweise nur durch „Ausprobieren“ ermittelt werden. Man sucht solange nach dem Zinssatz, bis das Konto einen Schlusssaldo von „0“ EUR erreicht. Das Konto muss also mit der letzten Zahlung ausgeglichen werden.



## Excel – Finanzmathematische Funktionen

Für dieses ständige Ausprobieren stellt die Mathematik Verfahren zur Verfügung, durch die eine schnelle Anpassung an das Ergebnis möglich wird. Man spricht von „Iterationsverfahren“. Ein solches Iterationsverfahren stellt Excel mit der „Zielwertsuche“ zur Verfügung.

In Fortsetzung des Beispiels aus Kap. 7.1 zeigt die folgende Abbildung das Nominalkonto und das Effektivkonto des Darlehens. Das Nominalkonto wird mit dem Nominalzins verrechnet. Das Effektivzinskonto mit dem ca. 1 % höheren Effektivzins.

Das Nominalkonto liefert den Zahlungsstrom (Darlehensbetrag, Rückzahlungen, Restschuld). Es wird auf der Basis nominaler Daten erstellt. Das effektive Konto übernimmt die Bewegungen des nominalen Kontos, korrigiert diese Bewegungen gegebenenfalls um Gebühren und errechnet aus den tatsächlich fließenden Beträgen den Effektivzins. Würde z.B. mit der Auszahlung eine Gebühr von 1.000 EUR fällig, müsste die Bewegung im Monat „0“ auf 99.000 EUR abgeändert werden.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Nominalkonto			Periodenzins	1,2043%	Effektivkonto			Periodenzins	15,4489%
2	Monat	Bewegung	Zins	Kontostand		Monat	Bewegung	Zins	Kontostand	
3	0	100.000,00		-100.000,00		0	100.000,00		-100.000,00	
4	1	-9.000,00	-1.204,35	-92.204,35		1	-9.000,00	-1.204,35	-92.204,35	
5	2	-9.000,00	-1.110,46	-84.314,80		2	-9.000,00	-1.110,46	-84.314,80	
6	3	-9.000,00	-1.015,44	-76.330,25		3	-9.000,00	-1.015,44	-76.330,25	
7	4	-9.000,00	-919,28	-68.249,53		4	-9.000,00	-919,28	-68.249,53	
8	5	-9.000,00	-821,96	-60.071,49		5	-9.000,00	=+L7*(1+\$L\$1)^(1/12)-L7	-60.071,49	
9	6	-9.000,00	-723,47	-51.794,96		6	-9.000,00	-723,47	-51.794,96	
10	7	-9.000,00	-623,79	-43.418,75		7	-9.000,00	-623,79	-43.418,75	
11	8	-9.000,00	-522,91	-34.941,66		8	-9.000,00	-522,91	-34.941,66	
12	9	-9.000,00	-420,82	-26.362,48		9	-9.000,00	-420,82	-26.362,48	
13	10	-9.000,00	-317,50	-17.679,97		10	-9.000,00	-317,50	-17.679,97	
14	11	-9.000,00	-212,93	-8.892,90		11	-9.000,00	-212,93	-8.892,90	
15	12	-9.000,00	-107,10	0,00		12	-9.000,00	-107,10	0,00	
16	Nominalzins p.a.			14,4521%		Effektivzins der Periode		1,2043%		
17						Effektivzins pro Jahr		15,4489%	=+(1+K16)^12-1	

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_7.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_7.2.htm)

Diese Abbildung zeigt das gleiche Beispiel mit zusätzlicher Gebühr:

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Nominalkonto		Periodenzins		1,2043%	Effektivkonto		Periodenzins		17,6633%
2	Monat	Bewegung	Zins	Kontostand		Monat	Bewegung	Zins	Kontostand	
3	0	100.000,00		-100.000,00		0	99.000,00		-99.000,00	
4	1	-9.000,00	-1.204,35	-92.204,35		1	-9.000,00	-1.351,06	-91.351,06	
5	2	-9.000,00	-1.110,46	-84.314,80		2	-9.000,00	-1.246,67	-83.597,73	
6	3	-9.000,00	-1.015,44	-76.330,25		3	-9.000,00	-1.140,86	-75.738,59	
7	4	-9.000,00	-919,28	-68.249,53		4	-9.000,00	-1.033,61	-67.772,19	
8	5	-9.000,00	-821,96	-60.071,49		5	-9.000,00	-924,89	-59.697,08	
9	6	-9.000,00	-723,47	-51.794,96		6	-9.000,00	-814,69	-51.511,77	
10	7	-9.000,00	-623,79	-43.418,75		7	-9.000,00	-702,98	-43.214,75	
11	8	-9.000,00	-522,91	-34.941,66		8	-9.000,00	-589,75	-34.804,51	
12	9	-9.000,00	-420,82	-26.362,48		9	-9.000,00	-474,98	-26.279,49	
13	10	-9.000,00	-317,50	-17.679,97		10	-9.000,00	-358,64	-17.638,12	
14	11	-9.000,00	-212,93	-8.892,90		11	-9.000,00	-240,71	-8.878,83	
15	12	-9.000,00	-107,10	0,00		12	-9.000,00	-121,17	0,00	
16	Nominalzins p.a.				14,4521%	Effektivzins der Periode		1,3647%		
17						Effektivzins pro Jahr		17,6633%		

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_7.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_7.2.htm)

## 7.3 Berechnung des Effektivzinses über den „effektiven“ Kontoplan

In Kap. 7.2 wurde zwar ein Kontoplan aufgebaut, der Effektivzins der Periode wurde allerdings über die Funktion() errechnet. Dieser Periodenzins konnte danach exponentiell auf einen Jahreszins hochgerechnet werden. Diese Vorgehensweise ist dann nicht zu beanstanden, wenn alle Perioden die gleiche Länge haben, jeder Monat also gleich lang ist und auch der Zeitraum zwischen Auszahlung und erster Rate exakt der Periodenlänge entspricht. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, ist folgender Weg zu wählen:

Das Konto wird exponentiell geführt. Der Zins errechnet also NICHT durch die Zinsformel:

$$\text{Zins} = \text{Kapital} * \text{Tage} * \text{Zinssatz} / (100 * 360)$$

Zins ist die Differenz zwischen Startkapital und Endkapital der jeweiligen Periode. Die Information über die Zeit steht dabei im Exponenten:

$$\text{Zins} = \text{Ko} * q^{\text{n}} - \text{Ko}$$

Zinsusance 30/360						Zinsusance akt/360					
Effektivkonto		Effektivzins pro Jahr	17,6633%			Effektivkonto		Effektivzins pro Jahr	17,4392%		
		Anzahl Tage pro Jahr	360					Anzahl Tage pro Jahr	360		
Monat	Tage	Bewegung	Zins	Kontostand	Eff.Tilgung	Monat	Tage	Bewegung	Zins	Kontostand	Eff.Tilgung
30.12.2009		99.000,00		-99.000,00		30.12.2009		99.000,00		-99.000,00	
30.01.2010	30	-9.000,00	-1.351,06	-91.351,06	7.648,94	30.01.2010	31	-9.000,00	-1.379,92	-91.379,92	7.620,08
28.02.2010	30	-9.000,00	-1.246,67	-83.597,73	7.753,33	28.02.2010	29	-9.000,00	-1.191,00	-83.570,93	7.809,00
30.03.2010	30	-9.000,00	-1.140,86	-75.738,59	7.859,14	30.03.2010	30	-9.000,00	-1.127,04	-75.697,96	7.872,96
30.04.2010	30	-9.000,00	-1.033,61	-67.772,19	7.966,39	30.04.2010	31	-9.000,00	-1.055,13	-67.753,09	7.944,87
30.05.2010	30	-9.000,00	-924,89	-59.697,08	8.075,11	30.05.2010	30	-9.000,00	-913,72	-59.666,80	8.086,28
30.06.2010	30	-9.000,00	-814,69	-51.511,77	8.185,31	30.06.2010	31	-9.000,00	-831,67	-51.498,48	8.168,33
30.07.2010	30	-9.000,00	-702,98	-43.214,75	8.297,02	30.07.2010	30	-9.000,00	-694,51	-43.192,98	8.305,49
30.08.2010	30	-9.000,00	-589,75	-34.804,51	8.410,25	30.08.2010	31	-9.000,00	-602,05	-34.795,03	8.397,95
30.09.2010	30	-9.000,00	-474,98	-26.279,49	8.525,02	30.09.2010	31	-9.000,00	-484,99	-26.280,03	8.515,01
30.10.2010	30	-9.000,00	-358,64	-17.638,12	8.641,36	30.10.2010	30	-9.000,00	-354,41	-17.634,44	8.645,59
30.11.2010	30	-9.000,00	-240,71	-8.878,83	8.759,29	30.11.2010	31	-9.000,00	-245,80	-8.880,24	8.754,20
30.12.2010	30	-9.000,00	-121,17	0,00	8.878,83	30.12.2010	30	-9.000,00	-119,76	0,00	8.880,24
					99.000,00						99.000,00

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_7.3.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_7.3.htm)

Beispiel 30.07.2010 / Zinsusance akt/360:  $694,51 = 51.498,48 * 1,174392^{(30 / 360)} - 51.498,48$

## 8 Unregelmäßige Zahlungen

In den vorherigen Fallgestaltungen wurden Beispiele für Einmalzahlungen oder für Zahlungen in gleichem Abstand gezeigt. Die erste Ausnahme deutet Kapitel 7.3 an; dort wird ein Effektivkonto gezeigt, in dem der Tagesabstand von Monat zu Monat genau gezählt wird. In der Praxis werden Zahlungen selten in allen Perioden den gleichen Abstand haben. Der Zeitraum von der Auszahlung eines Darlehens bis zur ersten Rate wird häufig von einer normalen Periodenlänge abweichen.

Nicht nur der Abstand war in den vergangenen Beispielen gleich, auch die Höhe der laufenden Beträge durfte nicht variieren.

Die Finanzmathematik muss allerdings auf Fälle mit unregelmäßigem Zahlungsabstand und unregelmäßiger Höhen vorbereitet sein.

Beispiele:

Wie hoch ist der Endwert, wenn auf 12 monatliche Zahlungen 24 Zahlungen im Vierteljahresabstand folgen?

Wie hoch ist die Sondertilgung am 12.03. des nächsten Jahres, wenn für ein Darlehen von 100.000 EUR, das heute ausbezahlt wird und eine Laufzeit von 5 Jahren hat, monatliche Raten in Höhe von 1.500 EUR zu zahlen sind und mit der letzten Rate eine Restschuld von 20.000 erreicht werden soll?

Excel stellt zur Kalkulation und Bewertung unregelmäßiger Zahlungen folgende Funktionen bereit:

NBW()	Liefert den Nettobarwert (Kapitalwert) einer Investition auf der Basis eines Abzinsungsfaktors für eine Reihe periodischer Zahlungen. Die Höhe der Zahlungen darf sich verändern.
IKV()	Gibt den internen Zinsfuß einer Investition Reinvestitionsgewinne zurück.
XINTZINSFUSS()	Gibt den internen Zinsfuß einer Reihe nicht periodisch anfallender Zahlungen zurück. Verwenden Sie zum Berechnen des internen Zinsflusses einer Reihe periodisch anfallender Zahlungen die Funktion IKV.
XKAPITALWERT()	Gibt den Nettobarwert (Kapitalwert) einer Reihe nicht periodisch anfallender Zahlungen zurück. Verwenden Sie zum Berechnen des Nettobarwerts einer Reihe periodisch anfallender Zahlungen die Funktion NBW.

## 8.1 Excel-Funktion NBW()

Die Funktion NBW() verwendet als Eingabeparameter die Bewegungen und den Zinssatz.

Es ist darauf zu achten, dass der Periodenzinssatz angegeben wird, im Beispiel also der aus dem Jahreszinssatz abgeleitete Monatszinssatz.

Die Umrechnung erfolgt im Nominalkonto „linear“ ( $8,00\% / 12$ ), im Effektivzinskonto „exponentiell“ ( $(1,08^{1/12}) - 1$ ).

NBW() im Nominalkonto: Periodenzins = Jahreszins dividiert durch 12

NBW() im Effektivkonto:

1. Jahresfaktor bestimmen      1,08
2. Periodenfaktor bestimmen  
 $1,08^{1/12} = 1,0064340$
3. Periodenzins  
 $1,0064340 - 1 = 0,0064340$

Nominalzins p.a.		8,00%	
Monat	Bewegung	Monat	Bewegung
0	0	0	0
1	1000	1	1000
2	1000	2	1000
3	0	3	0
4	4000	4	4000
5	1000	5	1000
6	1000	6	1000
NBW()		7.803,50	
Kontrolle:			
Monat	Bewegung	Zins	Kapital
0	7.803,50		-7.803,50
1	-1.000,00	-52,02	-6.855,53
2	-1.000,00	-45,70	-5.901,23
3	0,00	-39,34	-5.940,57
4	-4.000,00	-39,60	-1.980,18
5	-1.000,00	-13,20	-993,38
6	-1.000,00	-6,62	0,00

Effektivzins p.a.		8,00%	
Monat	Bewegung	Monat	Bewegung
0	0	0	0
1	1000	1	1000
2	1000	2	1000
3	0	3	0
4	4000	4	4000
5	1000	5	1000
6	1000	6	1000
NBW()		7.810,24	
Kontrolle:			
Monat	Bewegung	Zins	Kapital
0	7.810,24		-7.810,24
1	-1.000,00	-50,25	-6.860,50
2	-1.000,00	-44,14	-5.904,64
3	0,00	-37,99	-5.942,63
4	-4.000,00	-38,24	-1.980,86
5	-1.000,00	-12,74	-993,61
6	-1.000,00	-6,39	0,00

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_8.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_8.1.htm)

Anmerkung: Beide Konten der Abbildung werden mit 8,00 % gestaffelt. Das zweite Konto ist allerdings günstiger für den Kunden (Nominal 8% führt bei monatlicher Verrechnung zu einem Effektivzins von über 8%). Beim zweiten Konto kann deshalb mehr ausgezahlt werden.

## 8.2 Excel-Funktion IKV()

Die Funktion IKV() berechnet den internen Zins einer Reihe ungleich hoher Bewegungen, die allerdings immer im gleichen Abstand fließen.

Als Ergebnis erhält man den Periodenzins. Im Beispiel werden monatlich 0,585 % Zins berechnet. Staffelt man mit diesem Zinssatz und den jeweiligen Bewegungen ein Konto, wird mit der letzten Zahlung ein Kontostand von Null erreicht.

Monat	Bewegung
0	-100.000,00
1	10.000,00
2	7.000,00
3	6.000,00
4	0,00
5	0,00
6	10.000,00
7	10.000,00
8	20.000,00
9	9.000,00
10	10.000,00
11	10.000,00
12	11.725,16

Interner Zins	
IKV()	0,500%

Monat	Bewegung	Zins	Kontostand
0	-100.000,00		100.000,00
1	10.000,00	500,00	90.500,00
2	7.000,00	452,50	83.952,50
3	6.000,00	419,76	78.372,26
4	0,00	391,86	78.764,13
5	0,00	393,82	79.157,95
6	10.000,00	395,79	69.553,74
7	10.000,00	347,77	59.901,51
8	20.000,00	299,51	40.201,01
9	9.000,00	201,01	31.402,02
10	10.000,00	157,01	21.559,03
11	10.000,00	107,80	11.666,82
12	11.725,16	58,33	0,00

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_8.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_8.2.htm)

Da die Funktion IKV() einen Periodenzins ausweist, Zinssätze aber in der Regel als Zins pro Jahr angegeben werden, ist eine Umrechnung auf ein Jahr notwendig.

Die Umrechnung erfolgt entweder linear oder exponentiell. Bei linearer Umrechnung erhält man den Nominalzins (  $0,500 \% \cdot 12 = 6 \%$  ). Die Umrechnung in einen Effektivzins erfolgt durch folgende Formel:  $1,050^{12} - 1 = 0,0167781$ . Dies entspricht einem Effektivzins von 1,67781 % pro Jahr.

## 8.3 Excel-Funktion XINTZINSFUSS()

Xintzinsfuß() erwartet die Eingabeparameter „Datum“ und „Bewegung“

Als dritter Parameter wird ein Startwert für die Iteration benötigt. In finanzmathematischen Anwendungen kann hier immer eine Null gesetzt werden.

Als Ergebnis wird der Zinssatz für ein Jahr zurück gegeben.

Verwendet man diesen Zinssatz in der Kontostaffel, geht das Konto mit der letzten Zahlung nur dann auf (Schlusssaldo Null), wenn exponentiell gerechnet wird und der Abstand von Ereignis zu Ereignis tagesgenau gezählt wird. Das Basisjahr für die Zinsberechnung ist mit 365 Tagen festgelegt.

Diese Funktion eignet sich hervorragend zur Bewertung von Zahlungsströmen, wenn als Bewertungsmaßstab der Effektivzins verwendet werden soll.

Dieser Prozentsatz kann nicht mit Nominalzinssätzen verglichen werden. Auf diesem Satz kann auch kein Nominalkonto erstellt werden.

Die Funktion gleicht der Funktion IKV(); sie bewertet unregelmäßige Zahlungen. Der Zeitabstand kann variieren und auch die Höhe der Zahlungen. Das Ergebnis ist immer ein Jahreszins (ein Effektivzins mit der Definition aktuell/365; Zinsberechnung „exponentiell“).

Datum	Bewegung	Monat	Tage	Bewegung	Zins	Kontostand
01.01.2009	-100.000,00	01.01.2009		-100.000,00		100.000,00
01.02.2009	10.000,00	01.02.2009	31	10.000,00	510,94	90.510,94
01.03.2009	7.000,00	01.03.2009	28	7.000,00	417,60	83.928,55
01.04.2009	6.000,00	01.04.2009	31	6.000,00	428,83	78.357,37
01.05.2009	0,00	01.05.2009	30	0,00	387,42	78.744,79
01.06.2009	0,00	01.06.2009	31	0,00	402,34	79.147,13
01.07.2009	10.000,00	01.07.2009	30	10.000,00	391,32	69.538,45
01.08.2009	10.000,00	01.08.2009	31	10.000,00	355,30	59.893,75
01.09.2009	20.000,00	01.09.2009	31	20.000,00	306,02	40.199,78
01.10.2009	9.000,00	01.10.2009	30	9.000,00	198,76	31.398,53
01.11.2009	10.000,00	01.11.2009	31	10.000,00	160,43	21.558,96
01.12.2009	10.000,00	01.12.2009	30	10.000,00	106,59	11.665,55
01.01.2010	11.725,16	01.01.2010	31	11.725,16	59,60	0,00
Interner Zins xintzinsfuß()				6,184%		
					Basisjahr	365 Tage

## 8.4 Excel-Funktion XKAPITALWERT()

Die Funktion XKAPITALWERT() erwartet als Input einen Jahreszinssatz, Datum und Höhe der jeweiligen Zahlungen. Als Ergebnis wird der Barwert (Gegenwartswert) ausgewiesen.

Die Funktion ist vergleichbar mit IKV(). Allerdings geht IKV() (siehe Kap. 8.2) von immer gleich langen Perioden aus. Der Barwert selbst wird dann auf genau eine Periode vor der ersten Bewegung verlegt.

XKAPITALWERT() lässt über Eingabe des Datums der jeweiligen Zahlung ungleiche Perioden zu. Der Barwert kann demnach auch nicht auf irgend einen vor der ersten Zahlung liegenden Termin verlegt werden. Der Barwert fällt auf das Datum der ersten Bewegung!

Die Abbildung zeigt zwei Kontoverläufe.

Im ersten Fall startet das Konto mit dem errechneten Barwert, wird in der Folge dann aber linear geführt. Das zweite Konto wird exponentiell gestaffelt (die Zeit ist im Exponenten enthalten).

Betrachtet man nun die Restschuld zum 15.09.2009, fällt auf, dass im zweiten Konto ein Kontostand von Null erreicht wird. Das korrekte Konto zum berechneten Barwert ist also das zweite Konto!

Im Ergebnis heißt das: Die Funktion XKAPITALWERT() berechnet den Barwert einer Reihe unregelmäßiger Zahlungen, der Abzinsungszinssatz ist dabei definiert in der Zinsusance aktuell / 365. Perioden dürfen sich in der Länge unterscheiden, Bewegungen dürfen sich in der Höhe unterscheiden.

Nominalzins p.a.		8,00%		Effektivzins p.a.		8,00%								
Datum	Bewegung	Datum	Bewegung	Datum	Bewegung	Datum	Bewegung							
15.04.2009	1000	15.04.2009	1000	15.04.2009	1000	15.04.2009	1000							
15.05.2009	1000	15.05.2009	1000	15.05.2009	1000	15.05.2009	1000							
15.06.2009	0	15.06.2009	0	15.06.2009	0	15.06.2009	0							
15.07.2009	4000	15.07.2009	4000	15.07.2009	4000	15.07.2009	4000							
15.08.2009	1000	15.08.2009	1000	15.08.2009	1000	15.08.2009	1000							
15.09.2009	1000	15.09.2009	1000	15.09.2009	1000	15.09.2009	1000							
XKAPITALWERT()		7.860,53	Basisjahr	Tage		365	XKAPITALWERT()	7.860,53	Basisjahr	Tage		365		
Kontrolle:		linearer		Kontrolle:		exponen-		tieller		Zins		Kapital		
Monat	Tage	Bewegung	Zins	Kapital	Monat	Tage	Bewegung	tieller Zins	Kapital	Monat	Tage	Bewegung	Zins	Kapital
15.04.2009		6.860,53	0,00	-6.860,53	15.04.2009		6.860,53	0,00	-6.860,53	15.04.2009		6.860,53	0,00	-6.860,53
15.05.2009	30	-1.000,00	-45,11	-5.905,64	15.05.2009	30	-1.000,00	-43,53	-5.904,07	15.05.2009	30	-1.000,00	-43,53	-5.904,07
15.06.2009	31	0,00	-40,13	-5.945,77	15.06.2009	31	0,00	-38,72	-5.942,79	15.06.2009	31	0,00	-38,72	-5.942,79
15.07.2009	30	-4.000,00	-39,10	-1.984,87	15.07.2009	30	-4.000,00	-37,71	-1.980,50	15.07.2009	30	-4.000,00	-37,71	-1.980,50
15.08.2009	31	-1.000,00	-13,49	-998,35	15.08.2009	31	-1.000,00	-12,99	-993,48	15.08.2009	31	-1.000,00	-12,99	-993,48
15.09.2009	31	-1.000,00	-6,78	-5,14	15.09.2009	31	-1.000,00	-6,52	0,00	15.09.2009	31	-1.000,00	-6,52	0,00

## 9 Kombinationsfinanzierungen

Von Kombinationsfinanzierungen wird immer dann gesprochen, wenn mehrere Verträge zur Finanzierung einer Investition benötigt werden.

Beispiele:

- Finanzierung einer Wohnung durch ein endfälliges Darlehen in Verbindung mit einer Lebensversicherung als Tilgungersatz.
- Finanzierung einer Investition durch ein Darlehen der Hausbank und ein Darlehen eines Förderinstituts.

In solchen Fällen fällt die Beurteilung einer Finanzierung schwer. Es liegen zwar in der Regel Kennziffern zur Beurteilung einzelner Finanzierungsbausteine vor; eine Bewertung der Summenzahlungen findet allerdings normalerweise nicht statt.

### 9.1 Ermittlung des CashFlows der einzelnen Finanzierungsbausteine

Grundlage zur Beurteilung komplexer Finanzierungen (oder Anlagen) ist immer der Zahlungsstrom. Der Zahlungsstrom stellt die entscheidende Nebenbedingung dar, um in einer ersten Analyse diejenigen Alternativen zu erkennen, die zu Liquiditätsengpässen führen würden. Alle anderen Finanzierungsmöglichkeiten sind zu bewerten, um zu erkennen, welche der Alternativen die günstigste ist.

	Vertrag 1				Vertrag 2				Summe
Jahr	Zins %	Bewegung	Zins EUR	KtoStand	Zins %	Bewegung	Zins EUR	KtoStand	
0		-100.000,00		-100.000,00		6.402,95		6.402,95	-93.597,05
1	5,00%	11.282,54	-5.000,00	-93.717,46	3,00%	6.402,95	192,09	12.997,99	17.685,49
2	5,00%	11.282,54	-4.685,87	-87.120,79	3,00%	6.402,95	389,94	19.790,88	17.685,49
3	5,00%	11.282,54	-4.356,04	-80.194,29	3,00%	6.402,95	593,73	26.787,55	17.685,49
4	5,00%	11.282,54	-4.009,71	-72.921,47	3,00%	6.402,95	803,63	33.994,13	17.685,49
5	5,00%	11.282,54	-3.646,07	-65.285,00	3,00%	6.402,95	1.019,82	41.416,91	17.685,49
6	5,00%	11.282,54	-3.264,25	-57.266,71	3,00%	6.402,95	1.242,51	49.062,36	17.685,49
7	5,00%	11.282,54	-2.863,34	-48.847,51	3,00%	6.402,95	1.471,87	56.937,18	17.685,49
8	5,00%	11.282,54	-2.442,38	-40.007,34	3,00%	6.402,95	1.708,12	65.048,25	17.685,49
9	5,00%	11.282,54	-2.000,37	-30.725,17	3,00%	6.402,95	1.951,45	73.402,65	17.685,49
10	5,00%	11.282,54	-1.536,26	-20.978,89	3,00%	6.402,95	2.202,08	82.007,68	17.685,49
11	5,00%	11.282,54	-1.048,94	-10.745,29	3,00%	6.402,95	2.460,23	90.870,86	17.685,49
12	5,00%	11.282,54	-537,26	-0,02	3,00%	6.402,95	2.726,13	99.999,93	17.685,49

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_9.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_9.htm)

## 9.2 Bewertung des Summen CashFlows (Kennziffern: Effektivzins, Endwert, Barwert)

Der Summen-CashFlow wurde aus Kap. 9.1 übernommen. Interner Zins dieses Zahlungsstroms: 15,566 %.

Obwohl Vertrag 1 (ein Darlehen) nur 5,00 % kostet und die Rückzahlung in den Tilgungsträger (z.B. Lebensversicherung) „nur“ 3,00 % Rendite erbringt, kostet die Finanzierung in Summe 15,566%.

Bei einer Verzinsung des Ansparplanes mit 5,00 %, wird auch für den Summenzahlungsstrom 5,00 % erreicht. Man sollte deshalb gut überlegen, in welchen Situationen es sinnvoll ist, in einem separaten Vertrag anzusparen, wenn gleichzeitig ein Darlehen höher verzinst werden muss.

Wird der Effektivzins (bzw. bei Anlagen die Rendite) ermittelt, errechnet man den „internen Zins“. Marktzinssätze fließen in diese Kennziffer also nicht ein.

Häufig soll aber der künftige Zahlungsstrom am aktuellen Markt gemessen werden. In diesem Fall eignet sich der „Barwert“ als Bewertungskennziffer. Es wird ermittelt, welchen Wert die künftigen Zahlungen haben, wenn sie am aktuellen Markt gemessen werden.

Annahme: Aktueller Marktzins für alle Fristen der künftigen Zahlungen: 5,00 %  
Barwert: 156.750,95 EUR (bewertet wurden die Beträge ab Jahr 1)

Der Gegenwartswert der zwölf Zahlungen á 17.685,49 EUR macht also 156.750,95 EUR aus. Der Kunde hat allerdings nur 93.597,05 EUR erhalten. Die Differenz ist auf den außerordentlich hohen Effektivzins (im Vergleich zum Marktzins) zurückzuführen. Die Marge des Produkthanbieters ist dementsprechend hoch.

Da jede Zahlung über den Markt bei entsprechender Verzinsung auf einen anderen Zeitpunkt verschoben werden kann, kann problemlos ermittelt werden, welchen Wert der Barwert bei Wiederanlage im Jahr X erreicht.

Die Berechnungsschritte zur Ermittlung von Barwert, Endwert, Wert zu einem bestimmten Planungshorizont und Effektivzins (bzw. Rendite) verändern sich nicht. Es ist die Aufgabe der Betriebswirtschaft (oder des logischen Denkens) zu entscheiden, welche Bewertungskennziffer in welchen Fällen sinnvoll anwendbar ist (z.B. macht es keinen Sinn, den Barwert zu berechnen, wenn ein Ansparvorgang zur Aufbesserung der Rente abgeschlossen wird).

	Summe	Ergebnisse	
Jahr			
0	-93.597,05	Interner	
1	17.685,49	Zins	15,566%
2	17.685,49		
3	17.685,49	Marktzins	
4	17.685,49		5,000%
5	17.685,49		
6	17.685,49	Barwert	156.750,95
7	17.685,49		
8	17.685,49	Endwert	281.502,18
9	17.685,49		
10	17.685,49	Jahr	12
11	17.685,49	Wert	281.502,18
12	17.685,49		

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_9.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_9.htm)

## 10 Anwendungsfälle

### 10.1 Baufinanzierung (Berechnung und Bewertung des Summen CashFlows bei Finanzierung durch Annuitätendarlehen, endfälliges Darlehen mit Tilgungsträger)

Gesucht sei der Effektivzins und der CashFlow für folgende Finanzierungskombination:

Baustein 1: Annuitätendarlehen, fest über 5 Jahre, Auszahlung 100.000 EUR, Rückzahlung in jährlichen Raten zu je 10.000 EUR jeweils zum Periodenende, Nominalzins 5%, Disagio 2%, jährliche Gebühren 12 EUR

Baustein 2:

Endfälliges Darlehen, fest über 10 Jahre, Auszahlung 100.000 Euro, jährlich nachschüssige Zinszahlung, Nominalzins 6%.

Zur Lösung der Fragestellung wurde die Berechnungsvorlage aus Kap. 9.1 verwendet. Im ersten Teil des Arbeitsblattes wird der Zahlungsstrom des Annuitätendarlehens ermittelt. Bekannt sind die nominalen Daten

Jahr	Vertrag 1				Vertrag 2				Gebühren	Summe	Ergebnisse
	Zins %	Bewegung	Zins EUR	KtoStand	Zins %	Bewegung	Zins EUR	KtoStand			
0		-100.000,00		-100.000,00		-100.000,00		-100.000,00	2.000,00	-198.000,00	Interner Zins
1	5,00%	10.000,00	-5.000,00	-95.000,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	12,00	16.012,00	5,843%
2	5,00%	10.000,00	-4.750,00	-89.750,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	12,00	16.012,00	
3	5,00%	10.000,00	-4.487,50	-84.237,50	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	12,00	16.012,00	Marktzins
4	5,00%	10.000,00	-4.211,88	-78.449,38	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	12,00	16.012,00	5,000%
5	5,00%	82.371,84	-3.922,47	0,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	12,00	88.383,84	Barwert
6			0,00	0,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	0,00	6.000,00	207.773,69
7			0,00	0,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	0,00	6.000,00	
8			0,00	0,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	0,00	6.000,00	
9			0,00	0,00	6,00%	6.000,00	-6.000,00	-100.000,00	0,00	6.000,00	
10			0,00	0,00	6,00%	106.000,00	-6.000,00	0,00	0,00	106.000,00	ZW im Jahr
11			0,00	0,00	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12
12			0,00	0,00	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	373.131,69

(Nominabetrag,

Nominalzins). Der Kontoplan

zeigt, dass bei einer Schlusszahlung von 82.371,84 EUR ein Restsaldo von 0 EUR entsteht. In der Schlusszahlung ist die Rate für das letzte Jahr enthalten. Das Nominalkonto zeigt nicht die Gebühr (Disagio), die zu Beginn einbehalten wird. Solche Gebühren beeinflussen nicht den Kontoverlauf und werden deshalb gesondert bei Ermittlung des Summenzahlungsstroms erfasst.

Der zweite Teil der Abbildung zeigt den Verlauf des endfälligen Darlehens. Der Kontostand des Darlehens verändert sich über die gesamte Laufzeit nicht. Die Rückzahlung erfolgt zum Laufzeitende in einer Summe.

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_10.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_10.1.htm)

Der dritte Teil der Abbildung zeigt schließlich den Summen-CashFlow, den es zu bewerten gilt. Zur Beurteilung der Finanzierung kommt neben der Prüfung der finanziellen Tragfähigkeit der jährlichen Belastung der interne Zins (Effektivzins) und der Barwert in Frage. Die Berechnung von Endwerten (die Abbildung zeigt einen Endwert im 12. Jahr) macht betriebswirtschaftlich in diesem Beispiel keinen Sinn.

## 10.2 Vergleich: Finanzierung über Leasing oder Kredit (Bewertung der Finanzierungsalternativen durch Effektivzins und Barwert)

Leasingangebot:  
 Basispreis: 20.225,00 EUR,  
 Laufzeit 12 Monate,  
 Anzahlung 4.45,00 EUR,  
 monatliche Leasingrate  
 580,97 EUR, Restwert  
 10.314,75 EUR.  
 Berechne den Effektivzins  
 und den Barwert nach  
 Steuern (Steuersatz 40 %, Abzinsungszins zur Barwertberechnung 3,00%).

Hinweis: Der Effektivzins ist ein Ergebnis des Summen-CashFlows aus Leasinggeber-Sicht. Die Berechnung erfolgte durch Einsatz der Funktion IKV(). Als Ergebnis liefert IKV() den Periodenzins, der auf einen Jahreszinssatz hochgerechnet werden muss (1 + Periodenzins) hoch

Finanzierung durch Leasing (Laufzeit 12 Monate)									
CashFlow aus Sicht der Leasinggesellschaft Bewegungen mit negativem Vorzeichen = Auszahlungen					CashFlow aus Sicht des Leasingnehmers Bewegungen mit negativem Vorzeichen = Auszahlungen				
Leasing Monat	Kauf des Wirtschaftsgutes (Basispreis)	Verkaufserlös am Leasingende	Leasingraten (Zahlungen des Kunden)	Summen CashFlow	Leasing Monat	Leasingraten (Zahlungen des Kunden)	Steuersatz 40,00%	Zahlungen nach Steuern	Abzinsungszins 3,00% Barwert
0	-20.225,00		4.045,00	-16.180,00	0	-4.045,00	1.618,00	-2.427,00	-2.427,00
1			580,97	580,97	1	-580,97	232,39	-348,58	-347,72
2			580,97	580,97	2	-580,97	232,39	-348,58	-346,87
3			580,97	580,97	3	-580,97	232,39	-348,58	-346,02
4			580,97	580,97	4	-580,97	232,39	-348,58	-345,16
5			580,97	580,97	5	-580,97	232,39	-348,58	-344,32
6			580,97	580,97	6	-580,97	232,39	-348,58	-343,47
7			580,97	580,97	7	-580,97	232,39	-348,58	-342,62
8			580,97	580,97	8	-580,97	232,39	-348,58	-341,78
9			580,97	580,97	9	-580,97	232,39	-348,58	-340,94
10			580,97	580,97	10	-580,97	232,39	-348,58	-340,10
11			580,97	580,97	11	-580,97	232,39	-348,58	-339,26
12		10.314,75	580,97	10.895,72	12	-580,97	232,39	-348,58	-338,43
				Effektivzins vor Steuern	8,490%	Summe der Barwerte			-6.543,69
						Barwert der Zahlungen nach Steuern; Funktion NWB()			-6.543,69

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_10.2.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_10.2.htm)

(1/12) – 1.

Der Effektivzins ist stark manipulierbar, weil der Kunde in der Regel unzureichend über den Basispreis und den Verkaufserlös zum Leasingende informiert ist. Zu prüfen ist auch, ob zusätzlich weitere Gebühren anfallen (z.B. Restschutzversicherung). Falls solche Kosten in den Effektivzins mit eingerechnet werden sollen, kann im Modell die Leasingrate um diesen Betrag erhöht werden.

Zur Berechnung von Barwerten nach Steuern ist die Steuerbelastung vorzugeben (im Modell als Prozentwert). Da Leasingraten in voller Höhe als Betriebsausgaben angesetzt werden, verringert sich die Steuerzahlung in entsprechendem Ausmaß. Die Nettobelastung geht in die Barwertberechnung ein. Für das Beispiel kann folgende Aussage getroffen werden:

Würden 6.543,69 EUR zum Investitionszeitpunkt auf einem mit 3 % zu verzinsenden Konto angelegt, könnten aus dem Konto alle künftigen Zahlungen bestritten werden.

Beweis:

Zu Beginn fließen 4.116,69 EUR in das Konto (weil die Soforteinzahlung in Höhe von 2.427,00 EUR gleichzeitig fällig ist).

Das Konto wird mit 3 % effektiv verzinst. Mit der letzten Rate kann das Konto aufgelöst werden.

Anlage des Barwertes		Effektivzins		3,00%
Monat	Einzahlung	Raten	Zins	Kontostand
0	6.543,69	-2.427,00		4.116,69
1		-348,58	10,15	3.778,26
2		-348,58	9,32	3.439,00
3		-348,58	8,48	3.098,90
4		-348,58	7,64	2.757,95
5		-348,58	6,8	2.416,17
6		-348,58	5,96	2.073,55
7		-348,58	5,11	1.730,08
8		-348,58	4,27	1.385,77
9		-348,58	3,42	1.040,60
10		-348,58	2,57	694,59
11		-348,58	1,71	347,72
12		-348,58	0,86	0,00

## 11 Anhang

### 11.1 „Auf den Effektivzins achten“

Risiko und Ertrag stehen in der Regel in einem bestimmten Zusammenhang. Je höher der erwartete Ertrag einer Investition, um so höher ist normalerweise auch das Risiko. Das bedeutet auch: Der Markt lässt keinen risikolosen, "Gewinn" zu. Es gibt also keine Geldmaschinen. Und solange man nicht in der Lage ist, künftige Entwicklungen genau vorherzusehen, werden auch in Betrieben immer wieder Investitionsentscheidungen getroffen werden, deren tatsächliches Ergebnis am Ende von den Plandaten positiv oder negativ abweicht.

Je höher der erwartete Ertrag, um so höher wird also zumeist auch das Risiko sein. Der wirtschaftlich denkende Investor wird sich deshalb für diejenige Investitionsalternative entscheiden, die entweder bei gleichem Risiko den höheren Ertrag verspricht oder den gleichen Ertrag bei geringerem Risiko erzielt.

Es gilt also, vor Investitionen Risiko und Ertrag möglichst genau zu bewerten. Der Bewertungsmaßstab für den Ertrag wird normalerweise die "Rendite" sein. Das Risiko kann durch die Veränderung der Rendite bei Datenänderungen - das heißt von den Plandaten abweichende künftige Entwicklungen - bestimmt werden.

Würde die "Rendite" bei kreditfinanzierten Investitionen durch den Investor korrekt interpretiert, wäre er sicherlich gegen Fehlentscheidungen besser geschützt. In der Praxis sieht sich der Normalbürger allerdings mit komplexen Informationen zum Objekt und zur Finanzierung konfrontiert und vertraut irgendeiner Rendite von z.B. 12,5 %, ohne zu wissen, worauf sich dieser Wert bezieht. Spätestens hohe steuerliche Effekte in der Investitionsphase überzeugen aber endgültig. Durch die folgenden Aussagen wird versucht, den "Renditenebel" ein wenig zu lichten.

Die Grundlage für rationale Investitionsentscheidungen kann immer nur der Zahlungsstrom (Cashflow) sein. Der Zahlungsstrom zeigt, zu welchen Zeitpunkten und in welcher Höhe Zahlungen geleistet werden und wieder zurückfließen.

Wer sich die Mühe macht, Zahlungen und Rückflüsse nach Zeitpunkt und Höhe zu bestimmen wird feststellen, daß es in der Regel

- äußerst mühsam ist, aus Objekt und Finanzierungsbeschreibungen diese Daten abzuleiten;
- nicht möglich ist, jeder Bewegung das Prädikat "sichere Zahlung" zuzuordnen.

Sind einzelne der Zahlungen nicht sicher (z.B. ein geschätzter Erlös bei späterem Verkauf), muss mit Plangrößen gerechnet und simuliert werden, wie sich Ergebnisse verändern, wenn sich die Annahmen über diese unsicheren Zahlungen ändern.

Rendite / Effektivzins			
	Investition	Finanzierung	Summe
Jahr	6,00%	5,00%	12,504%
0	-10.000,00	9.000,00	-1.000,00
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00
10	17.908,48	-14.660,05	3.248,43

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_11.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_11.1.htm)

Auf der Basis solcher "Vorarbeiten" muss dann versucht werden, die Zahlungen zu bewerten. Die folgenden Aussagen beziehen sich ausschließlich auf den Bewertungsmaßstab "Rendite". Der Begriff "Barwert" und "Endwert" wird hier nicht weiter verfolgt - analoge Beurteilungen, wie im folgenden am Beispiel der Rendite gezeigt, ließen sich auch mit diesen Bewertungsmaßstäben gewinnen.

Nun soll angenommen werden, ein Unternehmer wolle die Rendite für eine kreditfinanzierte Investition berechnen. Wenn es stimmt, dass der Zahlungsstrom die vernünftige Grundlage für Entscheidungen ist, dann sollte die Bewertung über die "Rendite" in folgenden Schritten erfolgen:

1. Zusammenstellen des Zahlungsstroms des Objekts: Wann sind Zahlungen zu leisten, wann fließen Zahlungen zurück?
2. Zusammenstellen des Zahlungsstroms der Finanzierung: Wann fließen Auszahlungen, wann sind Rückzahlungen zu leisten? Über das Festzinsbindungsende hinaus ist mit sinnvollen Plangrößen weiterzurechnen.
3. Berechnung der Rendite des Objekts.
4. Berechnung der Effektivverzinsung der Finanzierung.
5. Berechnung der gemeinsamen Rendite (aus Objekt und Finanzierungszahlungsströmen).

Normalerweise fließen Zahlungen laufend, Mieteinnahmen z.B. monatlich, Kreditraten monatlich oder vierteljährlich, Steuereffekte jährlich. Um den Überblick für die eigentliche Problemstellung zu erhalten, geht das folgende Beispiel aber lediglich von einer Zahlung zu Investitionsbeginn und einer Rückzahlung nach zehn Jahren aus. Dieser einfache Fall liegt zum Beispiel bei einer Spekulation in einem Grundstück vor. Die Investition wird im angenommenen Fall zu 90 % kreditfinanziert. Hier erfolgt die Kreditrückzahlung in einer Summe nach zehn Jahren. Zinsen laufen also über den ganzen Zeitraum hinweg auf. Tilgungen werden nicht geleistet. Grundsätzlich Aussagen können jedoch unabhängig davon getroffen werden.

Ein Wirtschaftsgut, das zu 10 000 EUR angeschafft wird, liefert in zehn Jahren eine Rückzahlung von 17 908 Euro. Das Wirtschaftsgut wird zu 90 % durch Kredit finanziert. Der Kredit wird kapitalisiert. Die kumulierte Schuld wird nach 10 Jahren in einer Stimme zurückgezahlt (Kontostand nach 10 . Jahren 14 660 Euro).

Obwohl das Objekt lediglich eine Rendite von 6 % erwirtschaftet und die Finanzierung 5 % kostet, verzinst sich der Differenzzahlungsstrom mit 12,5 %. Die eingesetzten eigenen Mittel verzinsen sich also mit 12,5 %.

Eingesetzt werden 1.000 Euro, die innerhalb von 10 Jahren auf 3.248,43 EUR anwachsen. Um diese 12,5 % zu erhalten, muss allerdings ein Kredit in Höhe von 9.000 EUR aufgenommen werden.

Prüft man nun, welche der Zahlungen im Beispiel sicher sind, wird man feststellen: Weitgehend sicher sind die Zahlungen der Finanzierung (bis auf den Zins nach Festzinsbindungsende) - sicher ist auch die Zahlung für die Investition, unsicher allerdings häufig der erwartete Rückfluss. Eine Fehleinschätzung der Rückflüsse aus dem Objekt um 2 000 EUR führt zum Beispiel zu folgendem Ergebnis. Statt der Rendite von 12,5 % aus Objekt und

Rendite / Effektivzins			
	Investition	Finanzierung	Summe
Jahr	4,7521%	5,0000%	2,2437%
0	-10.000,00	9.000,00	-1.000,00
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00
8	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00
10	15.908,48	-14.660,05	1.248,43

[http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap\\_11.1.htm](http://www.helmut-cramer.de/excel/html/kap_11.1.htm)

Finanzierung ergibt sich nun eine um 10,26 Prozentpunkte geringere Rendite von 2,24 %.

Aus den Betrachtungen und Berechnungen lässt sich folgender Schluss ziehen:

1. Renditen, die aus dem Zahlungsstrom "Objekt und Finanzierung" gebildet werden, beziehen sich auf die eingesetzten eigenen Mittel, nicht aber auf die gesamte Investitionssumme. In Prospektmusterrechnungen wird in der Regel dieser Wert ausgewiesen.
2. Durch Berechnung der reinen Objektrendite können Objektalternativen bewertet werden. Hier gibt es also keine Berücksichtigung von Zahlungen der Finanzierung. Daraus folgt: Die Entscheidung, welches Objekt vermutlich das bessere ist, sollte also über die reine Objektrendite getroffen werden.
3. Unter mehreren Finanzierungsalternativen ist die günstigere durch Berechnung des gemeinsamen Effektivzinses der Finanzierung zu bestimmen. Also ist nicht der Effektivzins einzelner Kredite entscheidend, sondern der Effektivzins der Gesamtfinanzierung.
4. Veränderte Annahmen über "unsichere" Zahlungsströme führen zu veränderten Renditen. Durch Simulationsrechnungen wird deutlich, wie stark sich die Renditen in solchen Fällen verändern können.
5. Selbstverständlich können komplexe Zahlungsströme aus dem Objekt und der Finanzierung und die Simulation von Datenänderungen nur bei Einsatz geeigneter Software in vernünftigem Zeitrahmen bewertet werden.